עבודה 1 – שיטות אופטימיזציה ויישומיהן

**שאלה 1:**

1. עבור : הוקטור ימקסם את , זאת מכיוון שהוכחנו בהרצאה שזה שווה ל שזה הסכום של העמודה בעלת הסכום המקסימלי. לכן אם ניקח את העמודה בעלת הסכום המקסימלי, נמצא את ערך זה, והוקטור x הנ"ל מקיים את המשוואה . נשים לב כי , וכן ואכן מתקיים .

עבור : הוקטור ימקסם את . זאת מכיוון שהוכחנו בהרצאה שזה שווה ל שזה הסכום של השורה בעלת הסכום המקסימלי. ניתן לראות כי השורה השנייה בעלת הסכום המקסימלי בערך מוחלט, ועל מנת לקבל סכום זה, 18, יש לשים מינוס אחד בעמודה השלישית. באמצעות הוקטור x, נקבל כי ואכן מתקיים כי וכן ואז .

1. *בקוד*

***שאלה 2:***

1. *נוכיח כי באמצעות הכלה דו כיוונית.*

*⊆: יהי אזי ומכאן ולכן*

*⊇: יהי אזי . מהרמז בשאלה מתקיים כי .*

*נסמן וכן מחוקי transpose מתקיים ולכן נקבל כי*

1. *נוכיח כי :*

*נסמן . מהרמז מתקיים כי*

*נשים לב כי ולכן*

*מסעיף א, ולכן נקבל כי כנדרש.*

1. המשוואה הנורמלית -

*נסמן . מכאן ש- . מסעיף קודם,*

*ולכן כלומר ולכן קיים בהכרח כך ש-*

*כנדרש.*

***שאלה 4:***

1. *F*
2. *קיבלנו כי וזאת מכיוון שמתקיים : ואז :*

*וזה בדיוק ה-x שמצאנו שמקיים את המשוואה.*

***שאלה 6:***

1. *לא להגשה*
2. *צ"ל:*

*מסעיף א' אנו יודעים כי*

*נציב במשוואה ונקבל :*

1. *צ"ל :*

*מהסעיף הקודם אנו יודעים כי וכן נתון כי .*

*נוכיח כי לכל מתקיים :*

*כאשר המעבר האחרון נכון מאחר וU מטריצה אורתוגונלית ולכן עמודות המטריצה מהווים בסיס אורתונורמלי, לכן לכל מתקיים וכן עבור*

*ולכן כנדרש.*

1. *נוכיח כי הפתרון ל- ניתן ע"י המשוואה :*

*נגדיר*

*נזכור כי כמו שלמדנו בהרצאה, ולכן*

*נגזור בדומה לאיך שגזרנו בהרצאה ונקבל:*

*נשווה את ונקבל:*

*כנדרש.*

*כעת נוכיח כי המטריצה חיובית לחלוטין:*

*נשים לב כי המטריצה מטריצה סימטרית, שכן תמיד סימטרית, וכן מטריצה אלכסונית ובפרט סימטרית, וכן סכום מטריצות סימטריות הוא סימטרי. לכן נותר להוכיח שכל הערכים העצמיים של הם אי-שליליים, ומכאן ינבע שהמטריצה חיובית לחלוטין.*

*יהי ע"ע של המטריצה . אזי מתקיים . נוכיח כי :*

*נעביר אגף ונקבל כי :*

*קיבלנו כי ע"ע של המטריצה ומאחר שהמטריצה חיובית לחלוטין מתקיים כי כל הערכים העצמיים שלה אי שליליים, ולכן . נזכור כי ונקבל כי כנדרש.*

1. *אנו יודעים כי . נציב במשוואה ונקבל:*

*כעת נכפול משמאל ב- ונקבל:*

*נשים לב כי המטריצה היא סכום של שתי מטריצות אלכסוניות, ולכן אלכסונית בעצמה, ומכאן שהיא הפיכה ונוכל לכפול משמאל בהופכית שלה ונקבל:*

*נכפול משמאל ב-V ונקבל:*

*נתבונן במטריצה :*

*מסעיף ב' נקבל כי הערכים על האלכסון של מקיימים*

*ומסעיף ג' נקבל כי כנדרש.*